Skript

Mikroökonomik II

von Thiemo M. Kessel

Dezember 2009

mathekurse.ch

Vorwort

Dieses Skript ist eine Einführung in die Mikroökonomik, welche aus den beiden Teilen „Theorie des Konsumenten“ und „Theorie des Unternehmens“ besteht. Die Lehrbücher

a) H.R. Varian, *Grundzüge der Mikroökonomik.* 7. Auflage, Oldenbourg Verlag 2006

b) H.R. Varian, *Microeconomic Analysis.* 3rd edition, W.W. Norton & Company 1992

bilden die Grundlage für das vorliegende Skript. Zudem wurde darauf geachtet, die mathematischen Hilfsmittel aus der Assessment Stufe gezielt einzusetzen, um die Konzepte in der Mikroökonomik so übersichtlich und anschaulich wie möglich darstellen zu können. Dabei wird formal auf den Skripten *Mathematik I und II für Ökonomen* von *mathekurse.ch* aufgebaut und auf entsprechende Kapitel verwiesen.

An dieser Stelle möchte ich mich vor allem bei meinen Freunden David Pumberger und Johannes Sauter für ihre Hilfe und die gute Zusammenarbeit bei *mathekurse.ch* bedanken. Mein Dank gilt auch den vielen Studenten an der Universität St.Gallen, die durch ihre Verbesserungsvorschläge zu dieser zweiten überarbeiteten Auflage der Einführung in die Mikroökonomik entscheidend beigetragen haben.

Zürich, im Dezember 2009 Thiemo M. Kessel

Inhaltsverzeichnis

Teil I
Theorie des Konsumenten

1 Präferenzen und Nutzen eines Konsumenten

Um das Verhalten eines Konsumenten beschreiben zu können, muss als Erstes festgelegt werden, was als möglicher Konsum zur Verfügung steht und wie dieser vom Konsumenten bewertet wird.

1.1 Präferenzordnungen

Die *Auswahlmenge* $X \subset \mathbb{R}_+^n$ besteht aus sämtlichen *Güterbündeln* $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)$, welche der Konsument wählen kann. Falls „der Konsument $\vec{x} \in X$ als mindestens ebenso gut wie $\vec{y} \in X$ empfindet“, dann schreibt sich dies mit Hilfe der *Präferenzrelation* $\succcurlyeq$ als $\vec{x} \succcurlyeq \vec{y}$. Der Konsument ist *indifferent* bezüglich $\vec{x}$ und $\vec{y}$ – geschrieben als $\vec{x} \sim \vec{y}$ – genau dann wenn $\vec{x} \succcurlyeq \vec{y}$ und $\vec{x} \preccurlyeq \vec{y}$. Die Menge der Güterbündel, welche mindestens genau so gut wie $\vec{y}$ sind, schreibt sich als

$$V(\vec{y}) = \left\{\vec{x} \in X \ : \ \vec{x} \succcurlyeq \vec{y}\right\}. \tag{1}$$

Ausserdem ist die *Indifferenzmenge* zu $\vec{y} \in X$ definiert als

$$I(\vec{y}) = \left\{\vec{x} \in X \ : \ \vec{x} \sim \vec{y}\right\}. \tag{2}$$

Vollständigkeit. Für alle $\vec{x}, \vec{y} \in X$ gilt entweder $\vec{x} \succcurlyeq \vec{y}$ oder $\vec{x} \preccurlyeq \vec{y}$ oder beides.

Reflexivität. Für alle $\vec{x} \in X$ gilt $\vec{x} \succcurlyeq \vec{x}$.

Transitivität. Für alle $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in X$ gilt, falls $\vec{x} \succcurlyeq \vec{y}$ und $\vec{y} \succcurlyeq \vec{z}$, dann $\vec{x} \succcurlyeq \vec{z}$.

Definition 1. *Eine Präferenzrelation $\succcurlyeq$, welche vollständig und transitiv ist, heisst rational. Eine rational und reflexive Präferenzrelation $\succcurlyeq$ heisst Präferenzordnung.*

Aus einer gegebenen „schwachen“ Präferenzordnung $\succcurlyeq$, bei welcher der Konsument ein Güterbündel schwach gegenüber einem anderen bevorzugt, definiert sich eine „strikte“ Präferenzrelation $\succ$ über $\vec{x} \succ \vec{y}$, genau dann wenn $\vec{x} \succcurlyeq \vec{y}$ und $\vec{x} \not\preccurlyeq \vec{y}$. Der Konsument bevorzugt dann strikt ein Güterbündel gegenüber einem anderen.

Häufig ist es sinnvoll, die folgenden zusätzlichen Annahmen über Präferenzordnungen zu machen:

Monotonie. Für alle $\vec{x}, \vec{y} \in X$ mit $\vec{x} \geq \vec{y}$ und $\vec{x} \neq \vec{y}$ gilt $\vec{x} \succ \vec{y}$.
(Die Ungleichung $\vec{x} \geq \vec{y}$ ist komponentenweise zu verstehen, d.h. $x_i \geq y_i$ für alle $i = 1, \dots, n$.)

Konvexität. Für alle $\vec{x}, \vec{y} \in X$ mit $\vec{x} \succcurlyeq \vec{y}$ gilt $t\vec{x} + (1-t)\vec{y} \succcurlyeq \vec{y}$ für alle $0 \leq t \leq 1$.

Strikte Konvexität. Für alle $\vec{x}, \vec{y} \in X$ mit $\vec{x} \sim \vec{y}$ gilt $t\vec{x} + (1-t)\vec{y} \succ \vec{y}$ oder äquivalent $t\vec{x} + (1-t)\vec{y} \succ \vec{x}$ für alle $0 < t < 1$.

Stetigkeit. Sei $\vec{y} \in X$ und $\{\vec{x}_k\}$ eine Folge in X, welche komponentenweise gegen $\vec{y}$ konvergiert, d.h. $\lim_{k\to\infty} \vec{x}_k = \vec{y}$, und welche $\vec{x}_k \succcurlyeq \vec{y}$ für alle k erfüllt. Dann gilt auch im Limes $\vec{x} \succcurlyeq y$.

So bedeutet Monotonie zum Beispiel, dass mehr auch besser ist und strikte Konvexität, dass Durchschnitte gegenüber Extremen bevorzugt werden. – Die geometrische Interpretation der Annahmen Monotonie, Konvexität und strikte Konvexität im $\mathbb{R}_+^2$ findet sich in Kapitel 1.2.

Beispiel 1: Zeige, dass aus der Reflexivität der schwachen Präferenzordnung $\succcurlyeq$ nicht die der strikten Präferenzrelation $\succ$ folgt.

Beweis: Reflexivität von $\succ$ bedeutet nach Definition $\vec{x} \succ \vec{x}$. Dies ist äquivalent zu $\vec{x} \succcurlyeq \vec{x}$ und $\vec{x} \not\sim \vec{x}$. Wegen der Reflexivität von $\succcurlyeq$ gilt aber $\vec{x} \sim \vec{x}$. □

Beispiel 2: Zeige, dass für eine monotone Präferenzordnung $\succcurlyeq$ aus $\vec{x} > \vec{y}$ die Aussage $\vec{x} \succcurlyeq \vec{y}$ folgt.

Beweis: Die Annahme $\vec{x} > \vec{y}$ impliziert, dass $\vec{x} \geq \vec{y}$ und $\vec{x} \neq \vec{y}$. Aus der Monotonie folgt dann $\vec{x} \succ \vec{y}$. Dies ist äquivalent zu $\vec{x} \succcurlyeq \vec{y}$ und $\vec{x} \not\sim \vec{y}$. Also insbesondere $\vec{x} \succcurlyeq \vec{y}$. □

1.2 Nutzenfunktionen

Definition 2. *Sei $u : X \longrightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion, so dass $u(\vec{x}) \geq u(\vec{y})$ genau dann wenn $\vec{x} \succcurlyeq \vec{y}$. Dann heisst u eine Nutzenfunktion zur Präferenzordnung $\succcurlyeq$.*

Es kann gezeigt werden, dass sich jede stetige Präferenzordnung durch eine stetige Nutzenfunktion darstellen lässt. Häufig erfolgt die Darstellung von Präferenzordnungen sogar über unendlich oft stetig differenzierbare Nutzenfunktionen, was die Anwendung der Differentialrechnung aus der Analysis ermöglicht (siehe Mathematik I, Kapitel 7, Kapitel 8 und Mathematik II, Kapitel 1, Kapitel 2). Folgendes Resultat zeigt, dass eine Nutzenfunktion nicht eindeutig ist:

Sei $u : X \longrightarrow \mathbb{R}$ eine Nutzenfunktion zur Präferenzordnung $\succcurlyeq$ und $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ eine monoton steigende Funktion. Dann ist die zusammengesetzte Funktion $v = f \circ u$ ebenfalls eine Nutzenfunktion zur Präferenzordnung $\succcurlyeq$. Es ist üblich v als „monotone Transformation“ von u zu bezeichnen.

Daraus ergibt sich, dass sowohl dem genauen Wert der Nutzendifferenz zweier Güterbündel als auch dem genauen Wert des Nutzens eines einzelnen Güterbündels keine Bedeutung zukommt. Lediglich die aus der Nutzenfunktion entstehende Ordnung der Güterbündel ist entscheidend, da sie unter Verkettung mit einer monotonen Funktion erhalten bleibt. Deshalb wird häufig von *ordinaler Nutzentheorie* gesprochen.

Um Präferenzordnungen mittels einer Nutzenfunktion graphisch anschaulich darstellen zu können, werden von jetzt an nur noch zweikomponentige Güterbündel $\vec{x} = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2_+$ betrachtet. Indifferenzmengen oder auch *Indifferenzkurven* können nun als Niveaulinien einer Nutzenfunktion $u : X \subset \mathbb{R}^2_+ \longrightarrow \mathbb{R}$ dargestellt werden. Mit anderen Worten liegen zueinander indifferente Güterbündel auf dem gleichen Nutzenniveau. Niveaulinien von Funktionen zweier Variablen wurden schon in Mathematik I, Kapitel 7 besprochen. – Eine Indifferenzkurve einer Nutzenfunktion zu einer „normalen“ Präferenzordnung, welche alle Annahmen aus Kapitel 1.1 erfüllt, ist in Abbildung 1 dargestellt. Es sei vermerkt, dass sich Indifferenzkurven zu verschiedenen Nutzenniveaus aufgrund der Transitivität nicht schneiden.

Der *Grenznutzen* des ersten Gutes ist definiert als die partielle Ableitung

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1, x_2)\,. \tag{3}$$